

ALÉM DA FÓRMULA DE BHASKARA: abordagens alternativas para equações do segundo grau

DANIELLE MARQUES RAMOS¹

<https://orcid.org/0009-0000-5571-1932>
04641517673@estudante.ufjf.br

DR. NELSON DANTAS LOUZA JÚNIOR²

(Orientador)

<https://orcid.org/0009-0009-7956-221X>
nelson.louza@ufjf.br

RESUMO

Este artigo discute o ensino de equações do segundo grau no contexto da Educação Básica, problematizando o uso predominante da fórmula de Bhaskara como principal — e, por vezes, única — estratégia de resolução. Embora esse método seja eficiente, sua aplicação frequentemente ocorre de forma mecânica, o que pode limitar a compreensão conceitual dos estudantes. Nesse contexto, o artigo tem como objetivo analisar e discutir duas abordagens alternativas para a resolução de equações do segundo grau: o método geométrico de Al-Khwarizmi e o método das lâminas (ou método das aspas). Este artigo apresenta uma discussão teórica fundamentada em revisão bibliográfica, articulando contribuições da História da Matemática, da Educação Matemática e de documentos curriculares oficiais. A análise desenvolvida relaciona aspectos históricos, matemáticos e didático-pedagógicos dos métodos estudados, buscando evidenciar suas potencialidades para o ensino de equações do segundo grau. O método de Al-Khwarizmi destaca-se por sua abordagem geométrica baseada na técnica de completar quadrados, possibilitando a visualização do processo de resolução por meio de representações de área. Já o método das lâminas caracteriza-se como uma estratégia algébrica baseada na fatoração de polinômios, favorecendo a organização dos coeficientes e a obtenção das raízes da equação. A literatura analisada sugere que a utilização de diferentes métodos de resolução pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa, ampliando o repertório matemático dos estudantes e favorecendo o desenvolvimento do raciocínio algébrico. Conclui-se que a diversificação de estratégias didáticas pode promover maior compreensão dos conceitos envolvidos, reforçando a importância de um ensino que vá além da aplicação mecânica de fórmulas e valorize a construção ativa do conhecimento.

Palavras-chave: Equações do segundo grau; Ensino de Matemática; Estratégias didáticas; Álgebra.

BEYOND BHASKARA'S FORMULA: ALTERNATIVE APPROACHES TO QUADRATIC EQUATIONS

ABSTRACT

¹Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, Minas Gerais (MG), Brasil. Mestre em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

²Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora, Minas Gerais (MG), Brasil. Doutor em Matemática. Professor do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF).

This article discusses the teaching of quadratic equations in the context of Basic Education, questioning the predominant use of the Bhaskara formula as the main — and sometimes only — strategy for solving them. Although this method is efficient, its application often happens mechanically, which can limit students' conceptual understanding. In this context, the article aims to analyze and discuss two alternative approaches for solving quadratic equations: Al-Khwarizmi's geometric method and the tile method (or the 'quote' method). This article presents a theoretical discussion based on a literature review, linking contributions from the History of Mathematics, Mathematics Education, and official curriculum documents. The analysis developed connects historical, mathematical, and didactic-pedagogical aspects of the methods studied, aiming to highlight their potential for teaching quadratic equations. Al-Khwarizmi's method stands out for its geometric approach based on the technique of completing the square, allowing the process of solving equations to be visualized through area representations. On the other hand, the 'laminas' method is characterized as an algebraic strategy based on polynomial factorization, helping organize coefficients and find the roots of the equation. The literature reviewed suggests that using different solving methods can contribute to more meaningful learning, expanding students' mathematical repertoire and supporting the development of algebraic reasoning. It is concluded that diversifying teaching strategies can promote a better understanding of the concepts involved, highlighting the importance of teaching that goes beyond mechanically applying formulas and values active knowledge building.

Keywords: Quadratic equations; Mathematics teaching; Teaching strategies; Algebra.

MÁS ALLÁ DE LA FÓRMULA DE BHASKARA: ENFOQUES ALTERNATIVOS PARA LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

RESUMEN

Este artículo discute la enseñanza de ecuaciones de segundo grado en el contexto de la Educación Básica, problematizando el uso predominante de la fórmula de Bhaskara como principal —y, a veces, única— estrategia de resolución. Aunque este método sea eficiente, su aplicación frecuentemente ocurre de manera mecánica, lo que puede limitar la comprensión conceptual de los estudiantes. En este contexto, el artículo tiene como objetivo analizar y discutir dos enfoques alternativos para la resolución de ecuaciones de segundo grado: el método geométrico de Al-Khwarizmi y el método de las láminas (o método de las comillas). Este artículo presenta una discusión teórica fundamentada en la revisión bibliográfica, articulando contribuciones de la Historia de la Matemática, de la Educación Matemática y de documentos curriculares oficiales. El análisis desarrollado relaciona aspectos históricos, matemáticos y didáctico-pedagógicos de los métodos estudiados, buscando evidenciar sus potencialidades para la enseñanza de ecuaciones de segundo grado. El método de Al-Khwarizmi se destaca por su enfoque geométrico basado en la técnica de completar cuadrados, lo que permite visualizar el proceso de resolución mediante representaciones de área. Por otro lado, el método de las láminas se caracteriza como una estrategia algebraica basada en la factorización de polígonos, favoreciendo la organización de los coeficientes y la obtención de las raíces de la ecuación. La literatura analizada sugiere que el uso de diferentes métodos de resolución puede contribuir a un aprendizaje más significativo, ampliando el repertorio matemático de los estudiantes y favoreciendo el desarrollo del razonamiento algebraico. Se concluye que la diversificación de estrategias didácticas puede promover una mayor comprensión de los conceptos involucrados, reforzando la importancia de una enseñanza que vaya más allá de la aplicación mecánica de fórmulas y valore la construcción activa del conocimiento.

Palabras clave: Ecuaciones cuadráticas; Enseñanza de las matemáticas; Estrategias de

ensinância; Álgebra.

1. INTRODUÇÃO

A resolução de equações do segundo grau ocupa um papel central no ensino de Matemática, sendo trabalhada ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Sua presença recorrente no currículo escolar se justifica tanto por sua relevância conceitual quanto por seu potencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico e da capacidade de resolução de problemas. No entanto, apesar dessa importância, observa-se que, no contexto brasileiro, sua abordagem em sala de aula é, em grande medida, centrada quase exclusivamente na aplicação da fórmula de Bhaskara, frequentemente apresentada como principal e, por vezes, única estratégia de resolução.

Esse enfoque tradicional, embora eficiente para a obtenção de soluções numéricas, pode comprometer a compreensão conceitual dos estudantes, uma vez que privilegia a memorização de procedimentos em detrimento da construção de significados. Conforme destaca Ubiratan D'Ambrosio (1996), o ensino de Matemática não deve se restringir à reprodução de técnicas, mas deve favorecer a compreensão dos processos e o desenvolvimento do pensamento crítico. Nessa mesma perspectiva, Ole Skovsmose (2000) argumenta que práticas pedagógicas centradas apenas na execução de algoritmos tendem a limitar a formação crítica dos estudantes, reduzindo a Matemática a um conjunto de procedimentos descontextualizados.

Como consequência desse modelo de ensino, muitos alunos encontram dificuldades em interpretar e aplicar o conhecimento em diferentes contextos, o que pode resultar em erros recorrentes e insegurança diante de problemas matemáticos. Além disso, a ênfase na repetição de algoritmos contribui para uma visão fragmentada da disciplina, afastando os estudantes de uma compreensão mais ampla e significativa.

Diante desse cenário, este artigo tem como objetivo analisar métodos alternativos para a resolução de equações do segundo grau, discutindo seus fundamentos matemáticos e suas potencialidades pedagógicas para o ensino da Matemática na Educação Básica. Entre esses métodos, destaca-se o método de Al-Khwarizmi, que apresenta uma abordagem geométrica baseada no processo de

completar quadrados. Tal perspectiva possibilita a visualização da resolução por meio da interpretação de áreas, tornando o processo mais concreto, intuitivo e manipulável para os estudantes.

Além disso, aborda-se o método das lâminas, também conhecido como método das aspas, um procedimento prático baseado na fatoração de polinômios, amplamente utilizado em países latino-americanos, como o Peru. Esse método se caracteriza por sua agilidade e por favorecer a organização do raciocínio algébrico, contribuindo para a compreensão das relações entre os coeficientes da equação.

A análise desenvolvida fundamenta-se em diretrizes educacionais brasileiras, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que ressaltam a importância de práticas pedagógicas voltadas para a compreensão conceitual, o desenvolvimento do pensamento crítico e a formação de estudantes mais autônomos. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), o ensino de Matemática deve promover a construção de significados e a capacidade de argumentação, indo além da simples aplicação de fórmulas.

A literatura analisada sugere que a adoção de múltiplas abordagens para a resolução de equações do segundo grau pode favorecer a compreensão dos estudantes, estimulando um aprendizado mais ativo e reflexivo. Ao explorar diferentes estratégias para um mesmo problema, amplia-se o repertório matemático dos alunos, promovendo maior autonomia intelectual e fortalecendo o pensamento crítico.

Assim, este artigo busca contribuir para a reflexão sobre o ensino de equações do segundo grau, evidenciando a importância da diversificação de estratégias didáticas e da valorização de diferentes formas de resolução. Para isso, desenvolve-se uma discussão teórica fundamentada em revisão bibliográfica, apoiada em obras da História da Matemática, da Educação Matemática e em documentos curriculares oficiais.

2. METODOLOGIA

Este estudo caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa de natureza bibliográfica, desenvolvida a partir da análise de obras clássicas e contemporâneas relacionadas à História da Matemática, à Educação Matemática e ao ensino de

Álgebra. Segundo Gil (2019), a pesquisa bibliográfica é elaborada com base em materiais já publicados, possibilitando a análise de diferentes perspectivas teóricas sobre determinado tema e a produção de novas interpretações a partir do conhecimento existente.

A investigação teve como foco a análise de métodos alternativos para a resolução de equações do segundo grau, especialmente o método geométrico de Al-Khwarizmi e o método das asas simples, também conhecido como método da lâmina.

A escolha dos métodos analisados fundamentou-se em sua relevância histórica, matemática e pedagógica para o ensino de equações do segundo grau. O método geométrico de Al-Khwarizmi foi selecionado por sua importância no desenvolvimento histórico da Álgebra e por possibilitar uma abordagem visual baseada na técnica de completar quadrados. Já a escolha do método das asas simples decorreu de sua presença em materiais didáticos e recursos educacionais utilizados em diferentes contextos de ensino, apesar da reduzida produção acadêmica dedicada especificamente à sua análise. Durante o levantamento bibliográfico, observou-se que os registros sobre esse método encontram-se predominantemente em apostilas, materiais de apoio e conteúdos educacionais de ampla circulação, evidenciando uma lacuna na literatura científica. Tal constatação reforça a pertinência de sua inclusão neste estudo, uma vez que permite discutir uma estratégia de resolução pouco explorada em pesquisas acadêmicas.

Para a constituição do referencial teórico, foram consultadas obras de História da Matemática, Álgebra e Educação Matemática, além de documentos normativos da educação brasileira, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). As obras foram selecionadas considerando sua relevância para a compreensão histórica, matemática e pedagógica dos métodos analisados, bem como sua recorrência em estudos de História da Matemática e Educação Matemática. Também foram considerados trabalhos que discutem estratégias de ensino de equações do segundo grau e abordagens alternativas à aplicação direta da fórmula de Bhaskara. A análise dos materiais ocorreu de forma qualitativa e interpretativa, buscando identificar as características matemáticas de cada método, seus procedimentos de resolução e

suas potencialidades pedagógicas. Também foram considerados trabalhos que discutem estratégias de ensino de equações do segundo grau e abordagens alternativas à aplicação direta da fórmula de Bhaskara, buscando reunir contribuições que possibilitassem uma análise dos aspectos históricos, matemáticos e didático-pedagógicos dos métodos estudados.

A partir dessa análise, procurou-se discutir a importância da diversificação de estratégias de resolução no ensino de Matemática, valorizando diferentes formas de construção do conhecimento e promovendo uma compreensão mais ampla dos conceitos envolvidos. Dessa maneira, o estudo busca contribuir para a reflexão sobre práticas pedagógicas que ultrapassem a simples aplicação mecânica da fórmula de Bhaskara, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio matemático e da autonomia intelectual dos estudantes.

3. A HEGEMONIA DA FÓRMULA DE BHASKARA NO ENSINO ESCOLAR

A fórmula quadrática constitui um dos procedimentos mais conhecidos e difundidos para a resolução de equações do segundo grau. Historicamente, métodos equivalentes já eram utilizados por matemáticos de civilizações antigas, como babilônios, gregos e chineses, especialmente por meio da técnica de completar quadrados. No Brasil, essa expressão é tradicionalmente conhecida como fórmula de Bhaskara, cuja origem está diretamente associada a esse processo algébrico.

Uma equação do segundo grau pode ser escrita na forma geral $ax^2 + bx + c = 0$, em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, sendo x a variável desconhecida. O coeficiente a , em particular, está relacionado à concavidade da parábola associada à função quadrática correspondente. A partir do processo de completar quadrados, obtém-se a fórmula geral de resolução:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Nessa expressão, o termo $b^2 - 4ac$ é denominado discriminante, usualmente representado pela letra grega Δ . Esse elemento desempenha papel fundamental na análise das soluções da equação, pois permite identificar a natureza das raízes:

- Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais e distintas;
- Se $\Delta = 0$, possui uma única raiz real (ou duas raízes iguais);
- Se $\Delta < 0$, não possui raízes reais.

Dessa forma, o discriminante não apenas integra a fórmula, mas também fornece informações relevantes sobre o comportamento das soluções, contribuindo para uma compreensão mais ampla do problema algébrico.

Apesar de sua eficiência e generalidade, a utilização da fórmula quadrática, no contexto escolar, frequentemente ocorre de maneira mecânica, com ênfase na substituição direta dos coeficientes. Tal abordagem pode limitar a compreensão dos processos matemáticos envolvidos, reforçando a necessidade de explorar estratégias alternativas que favoreçam a construção de significados.

Como ilustração, considere a equação $x^2 - 5x + 6 = 0$. Aplicando a fórmula quadrática, obtêm-se as raízes $x = 2$ e $x = 3$.

Dando continuidade à discussão sobre a resolução de equações do segundo grau, este trabalho concentra-se na análise de dois métodos específicos: o método geométrico proposto por Al-Khwarizmi e o método das lâminas, também conhecido como método das aspas. A escolha dessas abordagens fundamenta-se em seu potencial didático, uma vez que possibilitam diferentes formas de compreensão dos conceitos algébricos envolvidos.

É importante destacar que a resolução de equações quadráticas não se restringe à fórmula atualmente difundida no contexto escolar. Ao longo da história, diversas civilizações desenvolveram estratégias próprias para lidar com problemas que, hoje, são modelados por esse tipo de equação. Na antiga Babilônia, por exemplo, já se utilizavam procedimentos equivalentes em situações relacionadas à divisão de terras e a cálculos de natureza comercial (Katz, 2009).

Nesse contexto, destaca-se a contribuição de Al-Khwarizmi que, no período medieval islâmico, sistematizou métodos de resolução baseados na técnica de completar quadrados. Em sua obra *Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala*, o autor apresenta uma abordagem que articula álgebra e geometria, permitindo que a resolução das equações seja interpretada por meio de representações de áreas. Tal perspectiva favorece a visualização do processo e contribui para uma compreensão mais significativa das operações envolvidas.

Além disso, considera-se o método das lâminas (ou método das aspas), uma estratégia baseada na fatoração de polinômios, utilizada em contextos educacionais de alguns países latino-americanos, como o Peru. Esse método caracteriza-se pela organização sistemática dos coeficientes da equação, possibilitando uma resolução mais ágil e contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio algébrico dos estudantes.

A análise dessas duas abordagens busca evidenciar que a resolução de equações do segundo grau pode ser explorada por diferentes caminhos, cada um com potencialidades específicas. Ao incorporar tais métodos ao ensino, amplia-se o repertório de estratégias disponíveis, favorecendo uma aprendizagem mais ativa, significativa e alinhada às diretrizes educacionais contemporâneas.

4. MÉTODO GEOMÉTRICO DE AL-KHWARIZMI

O estudo das equações do segundo grau remonta a civilizações antigas, como babilônios, egípcios e gregos. No entanto, uma das contribuições mais significativas para a sistematização desse tema foi realizada por Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi, matemático do século IX, amplamente reconhecido como um dos fundadores da Álgebra. Al-Khwarizmi atuou na chamada Casa da Sabedoria, em Bagdá, onde teve papel fundamental na tradução e difusão de conhecimentos matemáticos provenientes da Grécia e da Índia (Katz, 2009).

Entre suas contribuições, destaca-se não apenas a disseminação do sistema numérico indo-arábico, base do sistema decimal atualmente utilizado, mas também a sistematização de procedimentos algébricos em sua obra *Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala*, escrita por volta do ano 825 (Boyer; Merzbach, 2012). O próprio termo “álgebra” tem origem nessa obra, evidenciando a relevância histórica de seu trabalho.

No contexto do século IX, a resolução de equações estava diretamente relacionada a problemas práticos do cotidiano, como partilhas de heranças, transações comerciais e medições de terras. Em sua obra, Al-Khwarizmi apresenta situações que envolvem esses contextos, evidenciando o caráter utilitário da matemática desenvolvida naquele período (Rashed, 1994). Diferentemente da tradição grega, fortemente geométrica, representada por Euclides e Diofanto,

Al-Khwarizmi propôs uma abordagem mais estruturada, baseada na organização e classificação dos problemas.

Um aspecto central de sua contribuição é a classificação das equações quadráticas em seis tipos fundamentais, todos formulados com coeficientes positivos, uma vez que números negativos ainda não eram considerados. A resolução dessas equações era realizada por meio de procedimentos retóricos, fundamentados em construções geométricas que justificavam cada etapa do processo (Al-khwarizmi, 1831).

Nesse sentido, seu método pode ser compreendido como uma articulação entre Álgebra e Geometria, na qual a equação é interpretada em termos de áreas de figuras planas. Tal abordagem está diretamente associada à técnica de completar o quadrado, considerada uma das bases do desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com Boyer e Merzbach (2012), o procedimento utilizado por Al-Khwarizmi é equivalente ao método moderno de completar quadrados, ainda que expresso em linguagem retórica e apoiado em representações geométricas. Essa característica confere ao método um forte potencial didático, uma vez que permite visualizar o processo de resolução, favorecendo a compreensão dos conceitos envolvidos.

Além de sua relevância histórica, essa abordagem apresenta importantes implicações para o ensino de Matemática, pois possibilita a construção de significados a partir de representações concretas e visuais. Ao relacionar expressões algébricas com áreas geométricas, o método contribui para uma aprendizagem mais intuitiva e menos dependente da memorização de fórmulas.

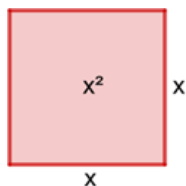
Dessa forma, com o objetivo de evidenciar a lógica desse procedimento e sua aplicabilidade no contexto educacional, apresenta-se, a seguir, um exemplo de resolução adaptado à simbologia algébrica contemporânea, no qual o método será desenvolvido passo a passo.

Dada a equação:

$$x^2 + 12x = 28$$

- Construímos um quadrado, cuja área vai ser o termo x^2 .

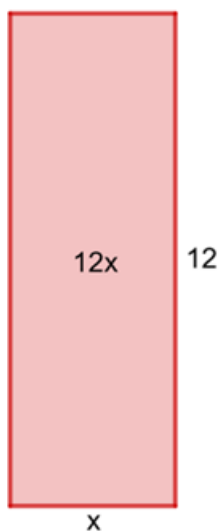
Figura 1 - Quadrado de área igual a x^2



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

- O termo $12x$ significa a área de um retângulo, cujos lados valem 12 e x .

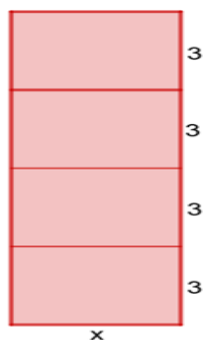
Figura 2 - Retângulo de área igual a $12x$



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

- Dividimos esse retângulo em quatro retângulos de mesma área.

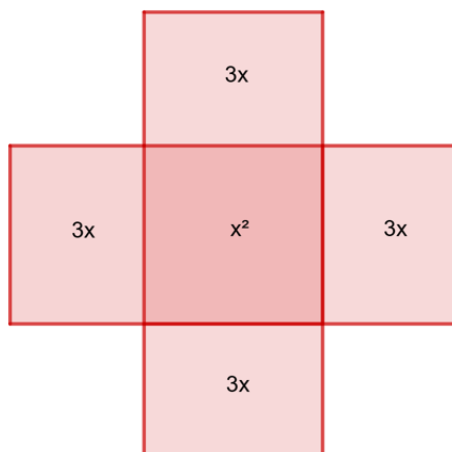
Figura 3 - Retângulo dividido em quatro retângulos de área igual a $3x$



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

- Colocaremos um retângulo de área $3x$ em cada lado do quadrado, completando o quadrado, conforme a figura abaixo:

Figura 4 - Retângulos sobre os lados do quadrado de área x^2



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

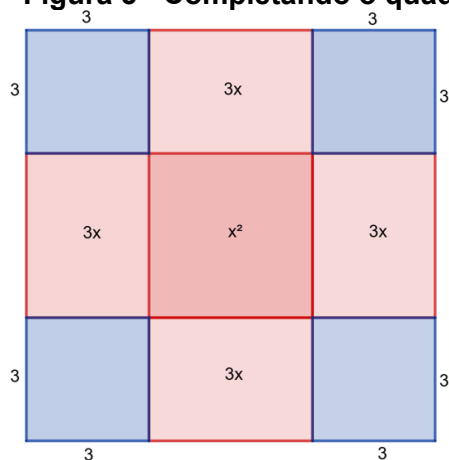
Agora a área formada pelo quadrado e pelos quatro retângulos será:

$$x^2 + 4 \cdot 3x = x^2 + 12x$$

Vamos considerar a área encontrada acima $x^2 + 12x$ igual a 28.

Completaremos a figura anterior com quadrados de tamanho 3×3 , ao lado dos retângulos de área $3x$, para obter um quadrado de lado $x + 6$, conforme a figura a seguir:

Figura 5 - Completando o quadrado



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

A área desse quadrado corresponde à área da figura 4, dada por $x^2 + 12x = 28$, acrescida dos quadrados que foram adicionados, é dada por:

$$28 + 4 \cdot (3 \cdot 3) = 28 + 36 = 64$$

Portanto, esse quadrado tem área igual a 64.

A resolução da equação termina quando encontramos o valor de x . Então, devemos encontrar quanto vale cada lado desse quadrado. Sabemos que sua área é 64, portanto, seu lado será igual à raiz quadrada de 64, ou seja:

$$\sqrt{64} = 8$$

Pela figura observamos que o lado do quadrado será

$$3 + x + 3 = 8, \text{ portanto:}$$

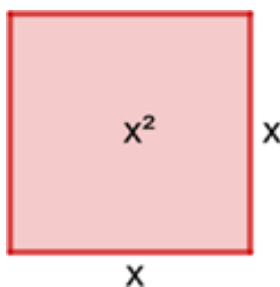
$$x = 2.$$

Além do método de resolução de equação polinomial do segundo grau já apresentado, Al-Khwarizmi também propõe uma abordagem alternativa, exemplificada com a equação $x^2 + 12x = 28$.

Essa técnica consiste em dividir o retângulo em duas partes, em vez de quatro como no método anteriormente descrito, e pode ser aplicada a outras equações de estrutura semelhante. Vejamos a resolução alternativa para a equação $x^2 + 12x = 28$.

- Construímos um quadrado, cuja área vai ser o termo x^2 .

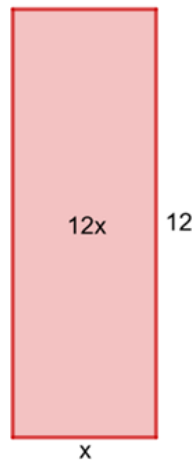
Figura 6 - Quadrado de área igual a x^2 .



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

- O termo $12x$ significa a área de um retângulo.

Figura 7 - Retângulo de área igual a $12x$

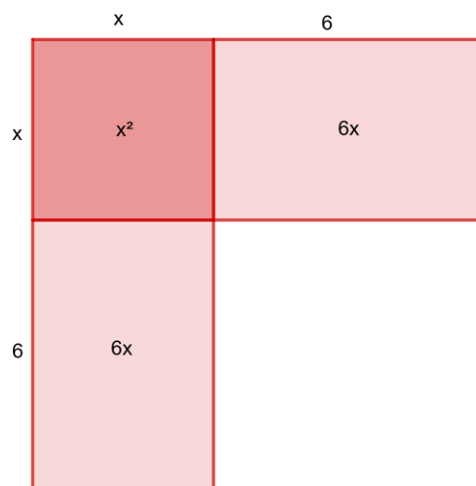


Fonte: Elaborada pela autora (2025)

Dividimos esse retângulo em dois retângulos de mesma área, ou seja, $6x$.

Em seguida, aplicamos cada um deles sobre dois lados consecutivos do quadrado de área x^2 , conforme ilustrado na figura abaixo.

Figura 8 - Os dois retângulos sobre os lados consecutivos do quadrado de área x^2



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

Agora, a área formada pelo quadrado e pelos dois retângulos será:

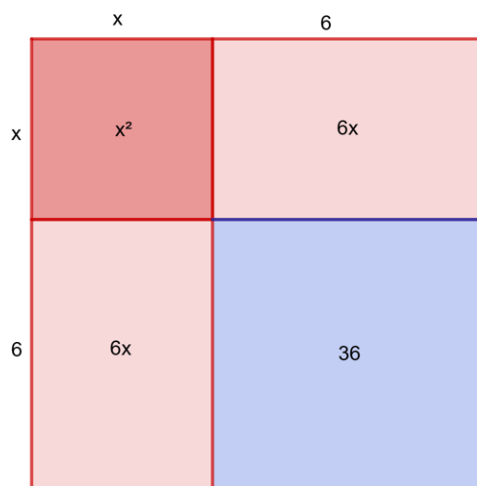
$$x^2 + 2 \cdot 6x = x^2 + 12x.$$

Vamos considerar que essa área total também é igual a 28, portanto, obtemos a seguinte equação do segundo grau:

$$x^2 + 12x = 28$$

Completaremos a figura anterior com um quadrado de lado 6, de modo a formar um quadrado maior, com lado $x + 6$, conforme a figura abaixo:

Figura 9 - Completando o quadrado de lado $x + 6$



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

A área desse quadrado corresponde à área da figura 8, dada por $x^2 + 12x = 28$, acrescido o quadrado de lado 6, temos:

$$28 + 36 = 64.$$

Portanto, esse quadrado terá área igual a 64, e seu lado será:

$$\sqrt{64} = 8.$$

Pela figura observamos que o lado do quadrado será $x + 6 = 8$, portanto:

$$x = 2.$$

5. MÉTODO DAS ASPAS SIMPLES OU MÉTODO DA LÂMINA

A escolha do método das aspas simples para compor esta discussão fundamenta-se em sua presença em materiais didáticos e recursos educacionais voltados ao ensino de equações do segundo grau. Durante a realização deste estudo, observou-se uma escassez de trabalhos acadêmicos que abordem especificamente esse procedimento, especialmente no que se refere à sua fundamentação matemática e às suas potencialidades pedagógicas.

Embora seja possível encontrar exemplos de sua aplicação em apostilas,

materiais de apoio e conteúdos educacionais amplamente divulgados, verificou-se uma limitada sistematização desse método na literatura científica. Nesse sentido, sua análise neste trabalho busca contribuir para ampliar as discussões sobre estratégias alternativas para a resolução de equações do segundo grau, explorando suas características matemáticas e suas possíveis contribuições para o ensino de Álgebra na Educação Básica.

O método das Aspas Simples, também conhecido como método da lâmina, consiste em uma técnica empregada na fatoração de polinômios nas formas:

$$ax^{2n} + bx^n + c \text{ ou } ax^{2n} + bx^n y^n + cy^{2n}$$

O método das Aspas Simples é utilizado em casos em que os polinômios não apresentam as características de um trinômio quadrado perfeito. Para que a fatoração seja possível por esse método, é necessário que a equação possua coeficientes inteiros e que o discriminante $b^2 - 4.a.c$, seja um quadrado perfeito. Neste capítulo, o objetivo é explorar as fatorações de polinômios do segundo grau e, consequentemente, determinar suas raízes.

5.1 TEOREMA FUNDAMENTAL DA ÁLGEBRA

Todo polinômio não constante com coeficientes complexos possui ao menos uma raiz no conjunto dos números complexos. Como consequência, todo polinômio de grau $n \geq 1$ pode ser escrito como produto de n fatores lineares em C .

Proposição: Seja $P(X) = AX^2 + BX + C$, um polinômio do segundo grau com A, B e $C \in Z$ e $A \neq 0$. Se $B^2 - 4.A.C$ é um quadrado perfeito então $AX^2 + BX + C$ possui duas raízes racionais.

Demonstração: Pelo Teorema Fundamental da Álgebra, podemos fatorar o polinômio $AX^2 + BX + C$ como:

$$AX^2 + BX + C = (a_1x + c_1).(a_2x + c_2), \text{ com } a_1, c_1, a_2, c_2 \in C.$$

Observe que:

$$AX^2 + BX + C = (a_1x + c_1).(a_2x + c_2) = a_1a_2x^2 + (a_1c_2 + a_2c_1)X + c_1c_2$$

Obtemos que $A = a_1a_2$, $B = a_1c_2 + a_2c_1$ e $C = c_1c_2$ são números inteiros

com $a_1 \neq 0$ e $a_2 \neq 0$.

Pela fatoração anterior, temos que:

$$x_1 = -\frac{c_1}{a_1} \text{ e } x_2 = -\frac{c_2}{a_2} \text{ são raízes de } P(x).$$

Como

$$B^2 - 4.A.C = (a_1c_2 + a_2c_1)^2 - 4.(a_1a_2).(c_1c_2) = (a_1c_2 - a_2c_1)^2,$$

é um quadrado perfeito, segue que $a_1c_2 - a_2c_1$ é um número inteiro.

Por outro lado, sabemos que $a_1c_2 + a_2c_1$ é um número inteiro, logo a_1c_2 e a_2c_1 são números inteiros.

Como o quociente de números inteiros é um número racional, obtemos que: é um quadrado perfeito, segue que $a_1c_2 - a_2c_1$ é um número inteiro.

$$\frac{c_1}{a_1} = \frac{a_2c_1}{a_1a_2} \text{ e } \frac{c_2}{a_2} = \frac{a_1c_2}{a_1a_2}$$

são racionais, logo x_1 e x_2 são números racionais. ■

5.2 MÉTODO DAS ASPAS SIMPLES PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU

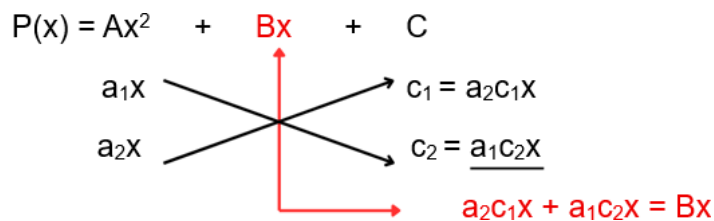
Procedimentos: Seja $P(X) = AX^2 + BX + C$, um polinômio do segundo grau com A, B e $C \in \mathbb{Z}$ e $A \neq 0$, $B^2 - 4.A.C$ é um quadrado perfeito, tais que:

- Decompondo o coeficiente do termo de segundo grau e o termo independente como um produto de dois fatores:

$$A = a_1a_2, \quad C = c_1c_2$$

- Multiplicaremos em “aspas” (cruz) como na figura abaixo e verificaremos se a soma desses produtos resulta no termo central:

Figura 10 - Método das Aspas simples



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

$$B = a_1c_2 + a_2c_1$$

- O resultado será o produto da soma dos fatores tomados horizontalmente.

A forma fatorada será:

$$P(X) = (a_1X + c_1) \cdot (a_2X + c_2)$$

Logo, conseguimos fatorar um polinômio quadrático da forma:

$$P(X) = AX^2 + BX + C$$

em:

$$P(X) = (a_1X + c_1) \cdot (a_2X + c_2)$$

Assim, determinamos os valores de X que satisfazem:

$$X = -\frac{c_1}{a_1}, \quad X = -\frac{c_2}{a_2}$$

Exemplo 1: Determinar as raízes do polinômio $P(x) = 6x^2 + 11x + 4$ pelo Método das Aspas.

Verificamos se $b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ é um quadrado perfeito:

$$11^2 - 4 \cdot 6 \cdot 4 = 121 - 96 = 25$$

Como 25 é um quadrado perfeito, aplicamos o método.

De acordo com a demonstração, podemos decompor o coeficiente do termo de segundo grau e o termo independente como um produto de dois fatores. Observando a imagem abaixo, percebemos que os valores escolhidos para a fatoração de A e C não foram adequados, pois ao multiplicarmos em “aspas” (cruz) a soma $a_1c_2 + a_2c_1$ não resultou no termo do meio, ou seja, BX . Sendo assim, será necessário reorganizar os fatores de um dos termos

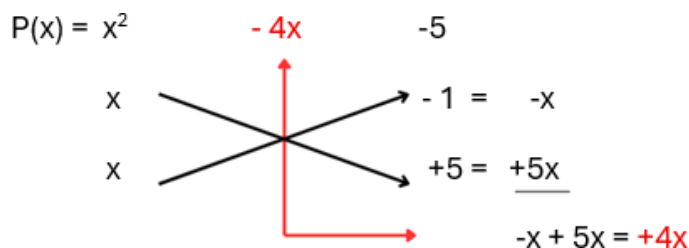
que $b^2 - 4.a.c$ é um quadrado perfeito:

$$(-4)^2 - 4.1.(-5) = 16 + 20 = 36$$

Como 36 é um quadrado perfeito, aplicamos o método.

Observando a imagem abaixo, percebemos que os valores escolhidos para a fatoração de x^2 e -5 não foram adequados, pois ao multiplicarmos em “aspas” (cruz), obtemos a soma $-x + 5x = 4x$, que é diferente do termo central, $-4x$. Portanto, será necessário reorganizar os fatores de um dos termos ou utilizar uma nova decomposição.

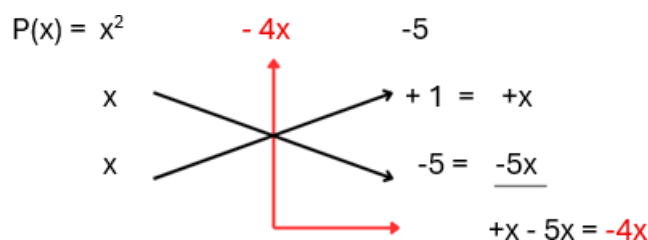
Figura 13 - Método das Aspas simples



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

Ao realizarmos a multiplicação em “aspas” (cruz), obtemos a soma $-x + 5x = 4x$, que é diferente do termo do meio, $-4x$. Isso indica que apenas o sinal do resultado está incorreto. Para corrigir, basta trocar os sinais dos fatores escolhidos anteriormente: em vez de $(-1).(+5) = -5$, utilizamos $(+1).(-5) = -5$, como ilustrado na imagem abaixo.

Figura 14 - Método das Aspas simples



Fonte: Elaborada pela autora (2025)

Portanto, o resultado será expresso pelo produto da soma dos fatores tomados horizontalmente, e suas raízes serão:

$$x^2 - 4x - 5 = (x + 1).(x - 5) = 0$$

$$x = -1 \text{ e } x = 5.$$

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos métodos apresentados evidencia que a resolução de equações do segundo grau pode ser abordada por diferentes perspectivas, cada uma com características próprias e potencialidades didáticas específicas. Nesse contexto, o método geométrico de Al-Khwarizmi destaca-se por sua abordagem visual, na qual a resolução da equação é interpretada por meio da composição de áreas. Essa característica possibilita ao estudante compreender o processo de forma mais concreta, favorecendo a construção de significados e a articulação entre diferentes representações matemáticas.

Por outro lado, o método das lâminas apresenta uma abordagem essencialmente algébrica, baseada na fatoração de polinômios. Sua aplicação exige a análise das relações entre os coeficientes da equação, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da organização simbólica. Além disso, trata-se de um método prático e ágil, que pode contribuir para a autonomia dos estudantes na resolução de problemas.

Ao comparar esses dois métodos, observa-se que não devem ser compreendidos como estratégias concorrentes, mas como abordagens complementares. Enquanto o método de Al-Khwarizmi favorece a compreensão conceitual por meio da visualização, o método das lâminas potencializa a fluência algébrica e a eficiência na resolução. Dessa forma, a utilização conjunta dessas estratégias amplia o repertório matemático dos estudantes, possibilitando diferentes caminhos para a resolução de um mesmo problema.

Essa perspectiva está em consonância com as diretrizes da educação matemática contemporânea, que enfatizam a importância da diversidade de estratégias e da construção ativa do conhecimento. Ao explorar múltiplos métodos, o estudante é incentivado a compreender que a Matemática não se reduz a um conjunto fixo de procedimentos, mas constitui um campo dinâmico, no qual diferentes abordagens podem ser mobilizadas de acordo com o contexto.

Além disso, a incorporação de métodos históricos, como o de Al-Khwarizmi, contribui para uma visão mais ampla da Matemática, evidenciando seu caráter

cultural e histórico. Tal abordagem pode favorecer o engajamento dos estudantes, ao apresentar a disciplina como uma construção humana, desenvolvida ao longo do tempo para responder a diferentes necessidades.

Dessa forma, conclui-se que a utilização de múltiplas abordagens no ensino de equações do segundo grau pode promover uma aprendizagem mais significativa, ao ampliar o repertório de estratégias dos estudantes e favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos. Nesse sentido, o problema não reside na utilização de métodos tradicionais, como a fórmula de Bhaskara, mas em sua aplicação isolada e descontextualizada. Assim, reforça-se a importância de práticas pedagógicas que valorizem a diversidade de métodos e incentivem a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem, tornando o ensino de Matemática mais dinâmico, acessível e alinhado às demandas contemporâneas da educação.

7. REFERÊNCIAS

AL-KHWARIZMI, Muhammad ibn Musa. **The algebra of Muhammad ben Musa**. Trad. Frederic Rosen. Londres: Oriental Translation Fund, 1831.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **A history of mathematics**. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2012.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 01 jun. 2025.

BRASIL. Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 01 jun. 2025.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 17. ed. Campinas: Papirus, 1996.

GIL, Antonio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

KATZ, Victor J. **A history of mathematics**: an introduction. 3. ed. Boston: Pearson, 2009.

LIMA, Elon Lages. **Curso de Álgebra**. 7. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2020.

RASHED, Roshdi. **The development of Arabic mathematics**: between arithmetic

and algebra. New York: Springer, 1994.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democratização do conhecimento. Campinas: Papirus, 2000.